ವಿಷಯ ಸಂಕೇತ / Subject Code	35 (NS)

ಗಣಿತಶಾಸ್ತ್ರ / MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

[ಸಮಯ : 3 ಗಂಟೆಗಳು] [ಒಟ್ಟು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳ ಸಂಖ್ಯೆ : 47] [ಗರಿಷ್ಠ ಅಂಕಗಳು : 80]

[Time : 3 Hours] [Total No. of questions : 47] [Max. Marks : 80]

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :

1. *ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.*
2. *ವಿಭಾಗ–A ದಲ್ಲಿ **15** ಬಹು ಆಯ್ಕೆ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳು, **5** ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳ ತುಂಬುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿದ್ದು, ಪ್ರತಿಯೊಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಯು 1 ಅಂಕದ್ದಾಗಿದೆ.*
3. *ವಿಭಾಗ–A ದಲ್ಲಿ ಬರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಪ್ರಥಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಮಾತ್ರ ಪರಿಗಣಿಸಿ ಅಂಕಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗುವುದು.*
4. *ವಿಭಾಗ–E ದಲ್ಲಿ ಬರುವ 'ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರ್ಯಾಮಿಂಗ್' ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.*
5. *ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯ ಕೊನೆಯಲ್ಲಿ, ದೃಷ್ಟಿ ವಿಕಲಚೇತನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ ಚಿತ್ರ / ನಕ್ಷೆ ಇರುವ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ, ವಿಭಾಗ–F ನಲ್ಲಿ ಪರ್ಯಾಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ನೀಡಲಾಗಿದೆ.*

ವಿಭಾಗ– A

I. ಎಲ್ಲಾ ಬಹು ಆಯ್ಕೆಯ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. (15 x 1 = 15)

1) ಒಂದು ಗಣ A ಯಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ಪ್ರತಿಫಲನವಾಗಬೇಕಾದರೆ

a) ಪ್ರತಿಯೊಂದು $a \in A$ ಇರುವಾಗ $(a, a) \in R$

b) ಯಾವುದಾದರೊಂದು $a \in A$ ಇರುವಾಗ $(a, a) \in R$

c) $(a, b) \in R$ ಇರುವಾಗ $(b, a) \in R$

d) $(a, b) \in R$ ಮತ್ತು $(b, c) \in R$ ಇರುವಾಗ $(a, c) \in R$

2) $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ ರ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಯು

a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{6}$

3) ಪಟ್ಟಿ - I ನ್ನು ಪಟ್ಟಿ - II ರ ಜೊತೆಗೆ ಹೊಂದಿಸಿ.

ಪಟ್ಟಿ - I	ಪಟ್ಟಿ - II
A) $\sin^{-1}x$ ನ ಕ್ಷೇತ್ರ	i) $\left(\frac{-\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
B) $\tan^{-1}x$ ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿ	ii) $[0, \pi]$
C) $\cos^{-1}x$ ನ ವ್ಯಾಪ್ತಿ	iii) $[-1, 1]$

ಈ ಕೆಳಗೆ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಯ್ಕೆಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ :

a) A-i, B-ii, C-iii b) A-iii, B-ii, C-i

c) A-ii, B-i, C-iii d) A-iii, B-i, C-ii

4) $a_{ij} = 2i - j$ ಎಂಬ ಅಂಶಗಳಿರುವ $A = [a_{ij}]$ ಎಂಬ ಮಾತೃಕೆಯು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಮಾತೃಕೆಯಾದಾಗ $A =$

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

5) A ಒಂದು 3×3 ದರ್ಜೆಯ ಪ್ರತಿಲೋಮ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದಾಗ $|adj\,A| =$

a) $|A|$

b) $3|A|$

c) $|A|^3$

d) $|A|^2$

6) $f(x) = \cos 2x$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ $f'\left(\frac{\pi}{4}\right) =$

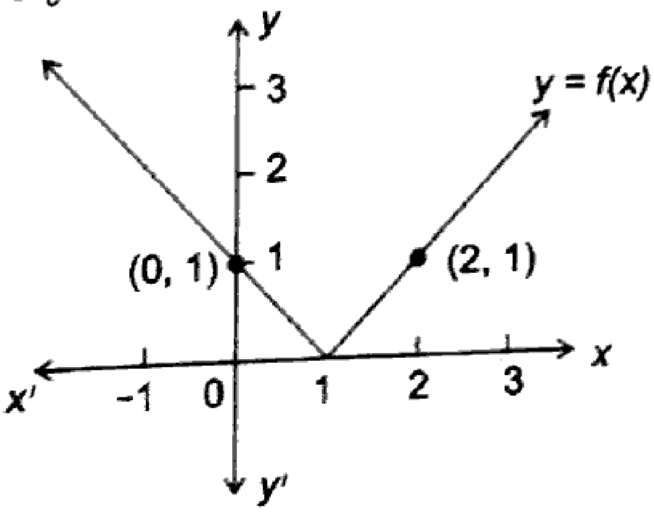
a) 2

b) -2

c) $\sqrt{2}$

d) $-\sqrt{2}$

7) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಚಿತ್ರಕ್ಕೆ ಈ ಕೆಳಗಿನ ಹೇಳಿಕೆ 1 ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಗಳನ್ನು ಪರಿಗಣಿಸಿ.



ಹೇಳಿಕೆ 1 : $x = 1$ ರಲ್ಲಿ $y = f(x)$ ನ ಎಡ ನಿಷ್ಪನ್ನವು -1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ 2 : $x = 1$ ರಲ್ಲಿ $y = f(x)$ ನಿಷ್ಪನ್ನತೆ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಸರಿಯಾದುದ್ದನ್ನು ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಿ.

a) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿಯಾಗಿದೆ, ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪಾಗಿದೆ

b) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪಾಗಿದೆ, ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿಯಾಗಿದೆ

c) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2, ಎರಡೂ ಸರಿಯಾಗಿವೆ

d) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2, ಎರಡೂ ತಪ್ಪಾಗಿವೆ

8) $f(x)=x^3,\ x\in[-2,2]$ f ಉತ್ಪನ್ನದ ನಿರಪೇಕ್ಷ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯು ________

a) 2
b) 0
c) –2
d) 8

9) $\int e^x(\sin x-\cos x)dx =$

a) $-e^x\cos x$
b) $e^x\cos x$
c) $e^x\sin x$
d) $e^x\sin^2 x$

10) $\frac{d^3y}{dx^3}+\frac{d^2y}{dx^2}+e^{\frac{dy}{dx}}=0$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣದ ಪ್ರಮಾಣ (ಮಟ್ಟ) = ________

a) 1
b) 3
c) 2
d) ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸುವುದಿಲ್ಲ

11) $\vec{a}=\hat{i}-\hat{j}$ ·

a) $\frac{1}{\sqrt{5}},\frac{-1}{\sqrt{5}},\frac{2}{\sqrt{5}}$
b) $\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{-1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}$
c) $\frac{1}{6},\frac{-1}{6},\frac{2}{6}$
d) $\frac{-1}{\sqrt{6}},\frac{1}{\sqrt{6}},\frac{2}{\sqrt{6}}$

12) $|\vec{a}|=\sqrt{3}$, $|\vec{b}|=2$ ಮತ್ತು $\vec{a}\cdot\vec{b}=\sqrt{6}$ ಆದಾಗ $\vec{a}$ ಮತ್ತು $\vec{b}$ ಸದಿಶಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವು ________

a) $\frac{\pi}{6}$
b) $\frac{\pi}{3}$
c) $\frac{\pi}{4}$
d) $\frac{\pi}{2}$

13) ಮೂರು ಆಯಾಮದಲ್ಲಿ y-ಅಕ್ಷದ ಸಮೀಕರಣವು ________

a) $x=0,\ y=0$
b) $x=0,\ z=0$
c) $y=0,\ z=0$
d) $y=0$

14) $P(A)=\frac{1}{2}$, $P(B|A)=\frac{2}{3}$ ಆದರೆ $P(A\cap B)$ = ____________

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$

c) 1 d) $\frac{3}{5}$

15) ಸಮರ್ಥನೆ [A] : E ಮತ್ತು F ಘಟನೆಗಳಿಗೆ $P(E)=\frac{1}{5}$, $P(F)=\frac{1}{2}$ ಮತ್ತು $P(E|F)=\frac{1}{5}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ E ಮತ್ತು F ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳಾಗಿರುತ್ತವೆ.

ಕಾರಣ [R] : ಘಟನೆ E ಮತ್ತು F ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ $P(F|E)=P(F)$ ಆಗಿರುವಾಗ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿಯಾಗಿದೆ?

a) [A] ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು [R] ತಪ್ಪಾಗಿದೆ

b) [A] ಮತ್ತು [R] ಎರಡೂ ತಪ್ಪಾಗಿವೆ

c) [A] ಮತ್ತು [R] ಎರಡೂ ಸರಿಯಾಗಿವೆ

d) [A] ತಪ್ಪಾಗಿದ್ದು [R] ಸರಿಯಾಗಿದೆ

II. ಆವರಣದಲ್ಲಿ ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಆಯ್ಕೆಗಳಿಂದ ಸೂಕ್ತವಾದ ಉತ್ತರವನ್ನು ಆರಿಸಿ ಕೆಳಗಿನ ಬಿಟ್ಟ ಸ್ಥಳಗಳನ್ನು ತುಂಬಿರಿ. **(5 × 1 = 5)**

[0, 2, 1, $\frac{5}{9}$, –1, 6]

16) $\cos\left(\sec^{-1}(2)-\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು ____________

17) $y=\sin^{-1}(\cos x)$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ = ____________

18) $\int_{7}^{13} 1\,dx$ ಇದರ ಬೆಲೆಯು ______

19) $\hat{i}+\hat{j}$ ಸದಿಶದ $\hat{i}-\hat{j}$ ಮೇಲೆ ಸದಿಶದ ಬಾಗುವಿಕೆಯು ______

20) $P(A \cap B) = \frac{4}{13}$ ಮತ್ತು $P(B) = \frac{9}{13}$ ಆದರೆ $P(A'|B) =$ ______

ವಿಭಾಗ – B

III. ಈ ಕೆಳಗಿನ **ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. **(6 × 2 = 12)**

21) (1, 2) ಮತ್ತು (3, 6) ಬಿಂದುಗಳಿಂದ ಉಂಟಾದ ಸರಳರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{10}$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}+\sqrt{\frac{y}{x}}=0$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

23) ಬದಲಾಗುತ್ತಿರುವ ತ್ರಿಜ್ಯವನ್ನು ಹೊಂದಿರುವ, ಯಾವಾಗಲೂ ಗೋಳಾಕಾರದಲ್ಲಿರುವ ಬಲೂನಿನ ತ್ರಿಜ್ಯವು 10 ಸೆಂ.ಮೀ. ಆಗಿದ್ದಾಗ ತ್ರಿಜ್ಯಕ್ಕೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ ಅದರ ಘನಫಲ (volume) ದ ಬದಲಾವಣೆಯ ಹೆಚ್ಚಳದ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) $f(x)=4x^3-6x^2-72x+30$ ಉತ್ಪನ್ನವು ಕ್ಷೀಣಿಸುವ ಅಂತರಾಳವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) $\int \cot x \cdot \log(\sin x)\,dx$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $\frac{d^2y}{dx^2}+y=0$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣಕ್ಕೆ, ಉತ್ಪನ್ನ $y=a\sin x+b\cos x$ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವೇ ಎಂದು ತಾಳೆನೋಡಿ.

27) $\vec{a} = \hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$, $\vec{b} = 2\hat{i} - \hat{j} + 3\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{c} = \hat{i} - 2\hat{j} + \hat{k}$ ಆದರೆ ಸದಿಶ $2\vec{a} - \vec{b} + 3\vec{c}$ ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರ ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) $\frac{x-1}{-3} = \frac{y-2}{2k} = \frac{z-3}{2}$ ಮತ್ತು $\frac{x-1}{3k} = \frac{y-1}{1} = \frac{z-6}{-5}$ ರೇಖೆಗಳು ಪರಸ್ಪರ ಲಂಬವಾಗಿದ್ದಲ್ಲಿ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

29) ಒಂದು ಹೂಜಿಯಲ್ಲಿ 10 ಕಪ್ಪು ಮತ್ತು 5 ಬಿಳಿ ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಹೂಜಿಯಿಂದ ಎರಡು ಚೆಂಡುಗಳನ್ನು, ಒಂದರ ನಂತರ ಮತ್ತೊಂದರಂತೆ, ಚೆಂಡನ್ನು ಪುನಃ ಹೂಜಿಯಲ್ಲಿ ಹಾಕದೆ ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ. ಎರಡೂ ಚೆಂಡುಗಳು ಕಪ್ಪು ಬಣ್ಣದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ – C

IV. ಈ ಕೆಳಗಿನ **ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿರಿ. **(6 × 3 = 18)**

30) ವಾಸ್ತವಿಕ ಸಂಖ್ಯಾಗಣ $\mathbb{R}$ ನಲ್ಲಿ ಸಂಬಂಧ R ನ್ನು $R = \{(a, b) : a \le b^3\}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದರೆ, ಅದು ಪ್ರತಿಫಲನ, ಸಮಾಂಗತ ಮತ್ತು ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧಗಳಾಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

31) $\tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right) = \sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right) + \cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

32) $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ಸಮಾಂಗ ಮತ್ತು ಅಸಮಾಂಗ ಮಾತೃಕೆಗಳ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

33) $x = a\left(\cos t + \log\left(\tan\frac{t}{2}\right)\right)$ ಮತ್ತು $y = a\sin t$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

34) x ಮತ್ತು y ಎರಡು ಧನಾತ್ಮಕ ಸಂಖ್ಯೆಗಳಾಗಿದ್ದು $x + y = 60$ ಮತ್ತು xy^3 ಬೆಲೆ ಗರಿಷ್ಠವಾಗಿರಬೇಕಾದರೆ, ಆ ಸಂಖ್ಯೆಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

35) $\int \frac{2x}{x^2+3x+2}\,dx$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

36) ಒಂದು ತ್ರಿಕೋನ ABC ಯಲ್ಲಿ A, B, C ಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$, $2\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{j}+3\hat{k}$ ಆಗಿದ್ದಲ್ಲಿ, ಆ ತ್ರಿಕೋನದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

37) ದತ್ತ ಸದಿಶ $\vec{b}$ ಗೆ ಸಮಾನಾಂತರವಾಗಿ ಹಾಗೂ ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ ರೇಖೆಯೊಂದರ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ರೂಪದಲ್ಲಿ ಪ್ರತಿಪಾದಿಸಿ (derive).

38) ಕೊಟ್ಟಿರುವ ಎರಡು ಒಂದೇ ರೀತಿಯ ಡಬ್ಬಗಳಲ್ಲಿ, ಡಬ್ಬ I ರಲ್ಲಿ ಎರಡು ಚಿನ್ನದ ನಾಣ್ಯಗಳು, ಡಬ್ಬ II ರಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚಿನ್ನದ ನಾಣ್ಯ ಮತ್ತು ಒಂದು ಬೆಳ್ಳಿಯ ನಾಣ್ಯ ಇವೆ. ಒಬ್ಬ ವ್ಯಕ್ತಿಯು ಒಂದು ಡಬ್ಬವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡುವನು ಮತ್ತು ಒಂದು ನಾಣ್ಯವನ್ನು ಹೊರಗೆ ತೆಗೆಯುವನು. ಒಂದು ವೇಳೆ ತೆಗೆದ ನಾಣ್ಯವು ಚಿನ್ನದ್ದಾಗಿದ್ದರೆ, ಡಬ್ಬದಲ್ಲಿ ಇನ್ನೊಂದು ನಾಣ್ಯವು ಕೂಡಾ ಚಿನ್ನದ್ದಾಗಿರುವ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

ವಿಭಾಗ – D

V. ಈ ಕೆಳಗಿನ **ಯಾವುದಾದರೂ ನಾಲ್ಕು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. **(4 × 5 = 20)**

39) $A = \mathbb{R} - \{3\}$ ಮತ್ತು $B = \mathbb{R} - \{1\}$ ಆಗಿರಲಿ, ಉತ್ಪನ್ನ $f: A \to B$ ಯನ್ನು $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದೆ. f ಒಂದು ಏಕ–ಏಕ ಮತ್ತು ಮೇಲಣ ಉತ್ಪನ್ನವೇ? ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರವನ್ನು ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

40) $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $B = \begin{bmatrix} -1 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, $(AB)' = B'A'$ ಅನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

41) $4x+3y+2z=60$, $2x+4y+6z=90$, $6x+2y+3z=70$ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಕೋಶದ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಮೀಕರಿಸಿ.

42) $y=(\tan^{-1}x)^2$ ಆದರೆ $(x^2+1)^2 y_2+2x(x^2+1)y_1=2$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

43) ಉತ್ಪನ್ನ $\dfrac{1}{x^2+a^2}$ ನ ಅನುಕಲಿತವನ್ನು 'x' ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int\dfrac{1}{x^2-6x+13}dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) ಅನುಕಲಿತ ವಿಧಾನದಿಂದ $x^2+y^2=a^2$, ವೃತ್ತದ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

45) $\cos^2 x\dfrac{dy}{dx}+y=\tan x\left(0\le x<\dfrac{\pi}{2}\right)$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – E

VI. ಈ ಕೆಳಗಿನ ಪ್ರಶ್ನೆಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿರಿ.

46) $\int_0^a f(x)dx=\int_0^a f(a-x)dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ, ಅದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^{\frac{\pi}{4}}\log(1+\tan x)dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(6)**

ಅಥವಾ

ಈ ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರ್ಯಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ.

$x+2y\le 120,$

$x+y\ge 60,$

$x-2y\ge 0,$

$x\ge 0, y\ge 0$

ನಿಬಂಧನೆಗೊಳಪಟ್ಟು ಉದ್ದಿಷ್ಟ ಉತ್ಪನ್ನ $Z=5x+10y$ ಅನ್ನು ಗರಿಷ್ಠ ಮತ್ತು ಕನಿಷ್ಠಗೊಳಿಸಿ.

47) $A=\begin{bmatrix}3 & 1\\ -1 & 2\end{bmatrix}$ ಆದರೆ $A^2-5A+7I=O$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(4)**

ಅಥವಾ

$f(x)=\begin{cases}\dfrac{k\cos x}{\pi-2x}, & x\neq\dfrac{\pi}{2}\\ 3, & x=\dfrac{\pi}{2}\end{cases}$ ಉತ್ಪನ್ನವು $x=\dfrac{\pi}{2}$ ನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ k ಯ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – F

VII. **ದೃಷ್ಟಿ ವಿಕಲಚೇತನ ವಿದ್ಯಾರ್ಥಿಗಳಿಗಾಗಿ**

7) ಹೇಳಿಕೆ 1 : $x=0$ ರಲ್ಲಿ $f(x)=|x|$ ಉತ್ಪನ್ನದ ಎಡ ನಿಷ್ಪನ್ನವು –1 ಆಗಿರುತ್ತದೆ.

ಹೇಳಿಕೆ 2 : $x=0$ ರಲ್ಲಿ $f(x)=|x|$ ಉತ್ಪನ್ನವು ನಿಷ್ಪನ್ನತೆ ಹೊಂದಿರುತ್ತದೆ.

ಮೇಲಿನ ಹೇಳಿಕೆಗಳಿಗೆ ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದು ಸರಿ?

a) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಸರಿಯಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ತಪ್ಪಾಗಿದೆ

b) ಹೇಳಿಕೆ 1 ತಪ್ಪಾಗಿದೆ ಮತ್ತು ಹೇಳಿಕೆ 2 ಸರಿಯಾಗಿದೆ

c) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಮತ್ತು 2, ಎರಡೂ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ಸರಿಯಾಗಿವೆ

d) ಹೇಳಿಕೆ 1 ಮತ್ತು 2, ಎರಡೂ ಹೇಳಿಕೆಗಳು ತಪ್ಪಾಗಿವೆ

(English Version)

Instructions :

1. *The question paper has five Parts namely A, B, C, D and E. Answer **all** parts.*

2. *PART-A has **15** M.C.Q.'s, **5** Fill in the blanks of **1** mark each.*

3. *For PART-A questions, only the first written answers will be considered for awarding marks.*

4. *Use graph sheet for question on Linear Programming in PART-E.*

5. *For questions having figure / graph, alternate questions are given at the end of question paper in separate PART-F for visually challenged students.*

PART – A

I. Answer **all** the multiple choice questions : **(15 × 1 = 15)**

1) A relation R in a set A is called Reflexive relation if

   a) $(a, a) \in R$ for all $a \in A$

   b) $(a, a) \in R$ for atleast one $a \in A$

   c) $(a, b) \in R$ implies $(b, a) \in R$

   d) $(a, b) \in R$ and $(b, c) \in R$ implies $(a, c) \in R$

2) The principal value of $\sin^{-1}\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)$ is

   a) $\frac{\pi}{2}$ b) $\frac{\pi}{3}$

   c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{6}$

3) Match List - I with List - II.

List - I		List - II	
A)	Domain of $\sin^{-1}x$	I)	$\left(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right)$
B)	Range of $\tan^{-1}x$	II)	$[0, \pi]$
C)	Range of $\cos^{-1}x$	III)	$[-1, 1]$

Choose the correct answer from the options given below :

a) A-I, B-II, C-III

b) A-III, B-II, C-I

c) A-II, B-I, C-III

d) A-III, B-I, C-II

4) For a 2×2 matrix $A = [a_{ij}]$ whose elements are given by $a_{ij} = 2i - j$ then A is equal to

a) $\begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$

b) $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}$

c) $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 2 \end{bmatrix}$

d) $\begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$

5) Let A be a nonsingular matrix of order 3×3, then $|adj\, A|$ is equal to

a) $|A|$

b) $3|A|$

c) $|A|^3$

d) $|A|^2$

6) If $f(x) = \cos 2x$, then $f'\left(\frac{\pi}{4}\right)$ is

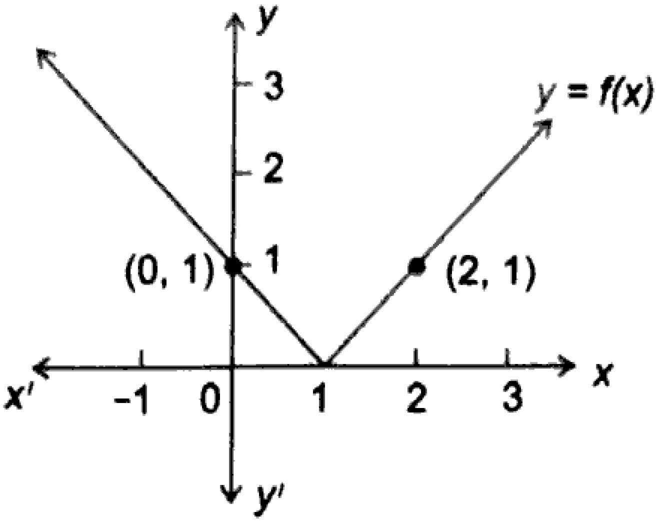
a) 2

b) -2

c) $\sqrt{2}$

d) $-\sqrt{2}$

7) For the given figure consider the following statements 1 and 2 :



Statement 1 : Left hand derivative of $y = f(x)$ at $x = 1$ is -1.

Statement 2 : The function $y = f(x)$ is differentiable at $x = 1$.

Then which of the following are true?

a) Statement 1 is true, Statement 2 is false

b) Statement 1 is false, Statement 2 is true

c) Both Statements 1 and 2 are true

d) Both Statements 1 and 2 are false

8) The absolute maximum value of the function f given by $f(x) = x^3$, $x \in [-2, 2]$ is

a) 2 b) 0

c) -2 d) 8

9) $\int e^x (\sin x - \cos x) dx$ is

a) $-e^x \cos x$ b) $e^x \cos x$

c) $e^x \sin x$ d) $e^x \sin^2 x$

10) The degree of differential equation $\frac{d^3y}{dx^3} + \frac{d^2y}{dx^2} + e^{\frac{dy}{dx}} = 0$ is

a) 1 b) 3

c) 2 d) not defined

11) The direction cosines of the vector $\vec{a} = \hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k}$ are

a) $\frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{1}{\sqrt{5}}, \frac{2}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}$

c) $\frac{1}{6}, \frac{1}{6}, \frac{2}{6}$ d) $\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{2}{\sqrt{6}}$

12) The angle between two vectors $\vec{a}$ and $\vec{b}$ with $|\vec{a}| = \sqrt{3}$, $|\vec{b}| = 2$ and $\vec{a} \cdot \vec{b} = \sqrt{6}$ is

a) $\frac{\pi}{6}$ b) $\frac{\pi}{3}$

c) $\frac{\pi}{4}$ d) $\frac{\pi}{2}$

13) The equation of y-axis in space is

a) $x = 0, y = 0$ b) $x = 0, z = 0$

c) $y = 0, z = 0$ d) $y = 0$

14) If $P(A) = \frac{1}{2}$, $P(B \mid A) = \frac{2}{3}$ then $P(A \cap B)$ is

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{2}$

c) 1 d) $\frac{3}{5}$

15) Assertion [A] : For two events E and F if $P(E) = \frac{1}{5}$, $P(F) = \frac{1}{2}$ and $P(E \mid F) = \frac{1}{5}$ then E and F are independent events.

Reason [R] : If E and F are two independent events then $P(F \mid E) = P(F)$

Then which of the following are true?

a) [A] is true but [R] is false b) Both [A] and [R] are false

c) Both [A] and [R] are true d) [A] is false but [R] is true

II Fill in the blanks by choosing the appropriate answer from those given in the bracket : **(5 × 1 = 5)**

$[0, 2, 1, \frac{5}{9}, -1, 6]$

16) The value of $\cos\left(\sec^{-1}(2)-\sin^{-1}\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\right)$ is ________.

17) If $y=\sin^{-1}(\cos x)$ then $\frac{dy}{dx}=$ ________.

18) The value of $\int_{7}^{13} 1\,dx=$ ________.

19) The projection of vector $\hat{i}+\hat{j}$ along the vector $\hat{i}-\hat{j}$ is ________.

20) If $P(A\cap B)=\frac{4}{13}$ and $P(B)=\frac{9}{13}$ then $P(A'|B)=$ ________.

PART – B

III. Answer **any six** of the following questions : **(6 × 2 = 12)**

21) Find the equation of the line through the points (1, 2) and (3, 6) using determinants.

22) If $\sqrt{x}+\sqrt{y}=\sqrt{10}$ then show that $\frac{dy}{dx}+\sqrt{\frac{y}{x}}=0$.

23) A balloon which is always remains spherical has a variable radius. Find the rate at which its volume is increasing with radius when the radius is 10 cms.

24) Find the interval in which the function given by $f(x)=4x^3-6x^2-72x+30$ is decreasing.

25) Find $\int \cot x \cdot \log(\sin x)\,dx$.

26) Verify that the function $y=a\sin x+b\cos x$ is a solution of differential equation $\frac{d^2y}{dx^2}+y=0$.

27) If $\vec{a}=\hat{i}+\hat{j}+\hat{k}$, $\vec{b}=2\hat{i}-\hat{j}+3\hat{k}$ and $\vec{c}=\hat{i}-2\hat{j}+\hat{k}$ then find unit vector parallel to the vector $2\vec{a}-\vec{b}+3\vec{c}$.

28) If the lines $\frac{x-1}{-3}=\frac{y-2}{2k}=\frac{z-3}{2}$ and $\frac{x-1}{3k}=\frac{y-1}{1}=\frac{z-6}{-5}$ are perpendicular to each other, then find the value of k.

29) An urn contains 10 black and 5 white balls. Two balls are drawn from the urn one after the other without replacement. What is the probability that both drawn balls black?

PART – C

IV. Answer **any six** of the following questions : **(6 × 3 = 18)**

30) Check whether the relation R in $\mathbb{R}$ defined by $R=\{(a, b): a \le b^3\}$ is reflexive, symmetric and transitive.

31) Prove that $\tan^{-1}\left(\frac{63}{16}\right)=\sin^{-1}\left(\frac{5}{13}\right)+\cos^{-1}\left(\frac{3}{5}\right)$.

32) Express $\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew-symmetric matrix. https://www.karnatakaboard.com

33) Find $\frac{dy}{dx}$ if $x=a\left(\cos t+\log\left(\tan\frac{t}{2}\right)\right)$ and $y=a\sin t$.

34) Find the two positive numbers x and y such that $x+y=60$ and xy^3 is maximum.

35) Evaluate $\int\frac{2x}{x^2+3x+2}dx$.

36) Find the area of triangle ABC where position vectors of A, B, C are $\hat{i}-\hat{j}+2\hat{k}$, $2\hat{j}+\hat{k}$, $\hat{j}+3\hat{k}$ respectively.

37) Derive the equation of a line in space through a given point and parallel to a given vector $\vec{b}$ in the vector form.

38) In two identical boxes, box I contains 2 gold coins, while box II contains one gold and one silver coin. A person chooses a box at random and takes out a coin. If the coin is of gold, what is the probability that the other coin in the box is also a gold?

PART – D

V. Answer **any four** of the following questions : **(4 × 5 = 20)**

39) If $A = \mathbb{R} - \{3\}$ and $B = \mathbb{R} - \{1\}$ and $f : A \to B$ is a function defined by $f(x) = \left(\frac{x-2}{x-3}\right)$. Is f one-one and onto? Justify your answer.

40) If $A = \begin{bmatrix} 1 \\ -4 \\ 3 \end{bmatrix}$ and $B = [-1 \quad 2 \quad 1]$, verify that $(AB)' = B'A'$.

41) Solve the following system of linear equations by matrix method $4x + 3y + 2z = 60$, $2x + 4y + 6z = 90$, $6x + 2y + 3z = 70$.

42) If $y = (\tan^{-1} x)^2$ then show that $(x^2 + 1)^2 y_2 + 2x(x^2 + 1)y_1 = 2$.

43) Find the integral of $\frac{1}{x^2 + a^2}$ with respect to 'x' and hence find $\int \frac{1}{x^2 - 6x + 13} dx$.

44) Find the area of circle $x^2 + y^2 = a^2$ by method of integration.

45) Solve the differential equation $\cos^2 x \frac{dy}{dx} + y = \tan x \left(0 \le x < \frac{\pi}{2}\right)$.

PART – E

VI. Answer the following questions :

46) Prove that $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ and hence evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \log(1+\tan x)dx$. **(6)**

OR

Solve the following Linear Programming Problem graphically :

Minimise and Maximise $Z = 5x + 10y$

Subject to

$x + 2y \leq 120,$

$x + y \geq 60,$

$x - 2y \geq 0,$

$x \geq 0, y \geq 0.$

47) If $A = \begin{bmatrix} 3 & 1 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$, show that $A^2 - 5A + 7I = O$ and hence find A^{-1}. **(4)**

OR

Determine the value of k if

$$f(x) = \begin{cases} \frac{k\cos x}{\pi - 2x}, & x \neq \frac{\pi}{2} \\ 3, & x = \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

is continuous at $x = \frac{\pi}{2}$.

PART – F

VII. **For visually challenged students only**

7) If Statement 1 : Left hand derivative of $f(x) = |x|$ at $x = 0$ is -1.

Statement 2 : The derivative of $f(x) = |x|$ exists at $x = 0$.

Then which of the following is true?

a) Statement 1 is true, Statement 2 is false

b) Statement 1 is false, Statement 2 is true

c) Statement 1 and 2 both are true

d) Statement 1 and 2 both are false

0495444

Karnataka Board 2nd PUC Maths Question Paper 2022

M – 2022

Register Number : | | | | | 3 | 1 |

Subject Code : **35 (NS)**

MATHEMATICS

(Kannada and English Versions)

Time : 3 Hours 15 Minutes] [Total No. of questions : 66] [Max. Marks : 100

(Kannada Version)

ಸೂಚನೆಗಳು :
1. ಈ ಪ್ರಶ್ನೆ ಪತ್ರಿಕೆಯಲ್ಲಿ A, B, C, D ಮತ್ತು E ಎಂಬ ಐದು ವಿಭಾಗಗಳಿವೆ. ಎಲ್ಲಾ ವಿಭಾಗಗಳನ್ನು ಉತ್ತರಿಸಿ.
2. ವಿಭಾಗ–E ನಲ್ಲಿ ಬರುವ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ನಿಮಗೆ ಒದಗಿಸಿರುವ ನಕ್ಷೆಯನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ ಉತ್ತರಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ– A

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(10 × 1 = 10)**

1) ಗಣ $\{1, 2, 3\}$ ರಲ್ಲಿ $R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ R ವಾಹಕ ಸಂಬಂಧವಾಗಿಲ್ಲ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

2) N ಗಣದ ಮೇಲೆ ದ್ವಿಮಾನ ಕ್ರಿಯೆ $*$ ನ್ನು $a*b=$ a ಮತ್ತು bಗಳ ಲ.ಸಾ.ಅ. ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದೆ. ಹಾಗಾದರೆ $5*7$ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

3) $y = \cot^{-1} x$ನ ಪ್ರಧಾನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

P.T.O.

4) $|x| \geq 1$ ಆದಾಗ, $\cos(\sec^{-1}x + \operatorname{cosec}^{-1}x)$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

5) ಕರ್ಣ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

6) $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$ ಆದಾಗ, x ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

7) $y = \sin(ax + b)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

8) $y = e^x$ ಉತ್ಪನ್ನದ ನಿಷ್ಪನ್ನವನ್ನು x ಗೆ ಅನುಗುಣವಾಗಿ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

9) $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

10) $\int_2^3 x^2 dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

11) $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$ ಆದರೆ $\vec{a}$ ಸದಿಶದ ದಿಕ್ಕಿನಲ್ಲಿರುವ ಏಕ ಸದಿಶವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

12) ಏಕ ರೇಖಸ್ಥ ಸದಿಶಗಳ (collinear vectors)ನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿರಿ.

13) y-ಅಕ್ಷದ ದಿಕ್ ಕೊಸೈನ್‌ಗಳನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

14) ಸರಳ ರೇಖಾತ್ಮಕ ಕಾರ್ಯಕ್ರಮ ಸಮಸ್ಯೆಯಲ್ಲಿ ಸಂಭಾವ್ಯ ಪ್ರದೇಶವನ್ನು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿ.

15) $P(A) = 0.6, P(B) = 0.3$ ಮತ್ತು $P(A \cap B) = 0.2$ ಆದಾಗ, $P(A|B)$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ - B

III. ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ. (10 × 2 = 20)

16) ಭಾಗಲಬ್ಧ ಸಂಖ್ಯೆಗಳ ಗಣ Q ಮೇಲೆ $a * b = \frac{ab}{2}$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, $*$ ಕ್ರಿಯೆಯು ಸಹವರ್ತನೀಯವಾಗಿದೆಯೇ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೇ ಎಂದು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

17) $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1}x, \frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

18) $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

19) $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$ ಆದರೆ, X ಮತ್ತು Y ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

20) ಒಂದು ತ್ರಿಭುಜದ ಶೃಂಗ ಬಿಂದುಗಳು (2, 7), (1, 1) ಮತ್ತು (10, 8) ಆದರ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ನಿರ್ಧಾರಕಗಳ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

21) $2x + 3y = \sin x$ ಆದಾಗ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

22) x ಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿ $x^{\sin x}, x > 0$ ಉತ್ಪನ್ನವನ್ನು ನಿಷ್ಪನ್ನಿಸಿ.

23) $y = \log_7(\log x)$ ಆದಾಗ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

24) ನಿಷ್ಪನ್ನವನ್ನು ಬಳಸಿ $\sqrt{25.3}$ ದ ಸನ್ನಿಹಿತ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

25) $\int x^2 \log x \, dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

26) $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

27) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

28) ಈ ಕೆಳಗಿನ ಸಮೀಕರಣದಲ್ಲಿ ದರ್ಜೆ (order) ಮತ್ತು ಪ್ರಮಾಣ (degree)ವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0$$

29) P ಮತ್ತು Q ಬಿಂದುಗಳ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳು ಕ್ರಮವಾಗಿ $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ ಮತ್ತು $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ ಆದಾಗ ಸದಿಶವನ್ನು R ಬಿಂದುವು ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ $2:1$ರ ಅನುಪಾತದಲ್ಲಿ ವಿಭಾಜಿಸಿದಾಗ R ಬಿಂದುವಿನ ಸ್ಥಾನ ಸದಿಶಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

30) ಒಂದು ಸಮಾಂತರ ಚತುರ್ಭುಜದ ಸಹಬಾಹುಗಳು $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ ಮತ್ತು $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$ ಆದಲ್ಲಿ ಅದರ ವಿಸ್ತೀರ್ಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

31) ಬಿಂದು $(3, -2, 1)$ ನಿಂದ $2x - y + 2z + 3 = 0$ ಸಮತಲಕ್ಕಿರುವ ದೂರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

32) $\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ ಮತ್ತು $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$ ಈ ಜೋಡಿ ರೇಖೆಗಳ ನಡುವಿನ ಕೋನವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

33) x ಎಂಬ ಯಾದೃಚ್ಛಿಕ ಚರವು ಕೆಳಗಿನ ಮಾದರಿಯ ಸಂಭವನೀಯತೆ ಹಂಚಿಕೆಯನ್ನು ಹೊಂದಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ k ಎಂಬುದು ಯಾವುದೋ ಸಂಖ್ಯೆಯಾಗಿದೆ.

$$P(x) = \begin{cases} k, \text{ ಆದಾಗ } x = 0 \\ 2k, \text{ ಆದಾಗ } x = 1 \\ 3k, \text{ ಆದಾಗ } x = 2 \\ 0, \text{ ಬೇರೆಯಾಗಿದ್ದರೆ.} \end{cases}$$

k ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

ವಿಭಾಗ – C

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಹತ್ತು ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(10 × 3 = 30)**

34) ಪೂರ್ಣಾಂಕಗಳ ಗಣ Z ನಲ್ಲಿ $R = \{(a, b) :$ ಸಂಖ್ಯೆ 2, $(a - b)$ ಸಂಖ್ಯೆಯನ್ನು ಭಾಗಿಸುತ್ತದೆ$\}$ ಎಂಬ ಸಂಬಂಧವನ್ನು ಕೊಟ್ಟಾಗ R ಒಂದು ಸಮತ್ವ ಸಂಬಂಧವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

35) $\tan^{-1}(2x) + \tan^{-1}(3x) = \frac{\pi}{4}$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ.

36) $A = \begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತೃಕೆಯನ್ನು ಸಮಾಂಗ ಮತ್ತು ಅಸಮಾಂಗ ಮಾತೃಕೆಯ ಮೊತ್ತವೆಂದು ಸ್ಪಷ್ಟಪಡಿಸಿ.

37) ನಿರ್ಧಾರಕದ ಗುಣಲಕ್ಷಣಗಳನ್ನು ಬಳಸಿಕೊಂಡು ಮತ್ತು ವಿಸ್ತೃತಗೊಳಿಸದೆ

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 65 \\ 3 & 8 & 75 \\ 5 & 9 & 86 \end{vmatrix} = 0$$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

38) $y = \cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $(0 < x < 1)$ ಆದರೆ $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

39) $x = a(\theta - \sin\theta)$ ಮತ್ತು $y = a(1+\cos\theta)$ ಆದರೆ, $\frac{dy}{dx}$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

40) ಮುಚ್ಚಿದ ಅಂತರಾಳ [2, 4]ರಲ್ಲಿ $f(x) = x^2$ ಉತ್ಪನ್ನಕ್ಕೆ ಸರಾಸರಿ ಬೆಲೆಯ ಪ್ರಮೇಯವನ್ನು ಪರಿಶೀಲಿಸಿ.

41) $f(x) = x^2 - 4x + 6$ ಉತ್ಪನ್ನವು

a) ವೃದ್ಧಿಸುವ

b) ಕ್ಷೀಣಿಸುವ ಅಂತರಾಳಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

42) $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)} dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

43) $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2} dx$ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

44) xಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\frac{(x-3)}{(x-1)^3}e^x$ ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ.

45) ವಕ್ರರೇಖೆ $y^2 = x$, $x = 1$ ಮತ್ತು $x = 4$ ಸರಳರೇಖೆಗಳು ಮತ್ತು x-ಅಕ್ಷಗಳಿಂದ ಆವೃತವಾಗಿರುವ ಪ್ರಥಮ ಚತುರ್ಥಾಂಶದಲ್ಲಿನ ಪ್ರದೇಶದ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

46) ಶೃಂಗವು ಮೂಲ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿದ್ದು ಮತ್ತು ಅಕ್ಷವು ಧನಾತ್ಮಕ x-ಅಕ್ಷದ ದಿಶೆಯಲ್ಲಿರುವ ಪರವಲಯಗಳ ಸಮೂಹದ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ರಚಿಸಿರಿ.

47) (1, 1) ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದುಹೋಗುವ $x\,dy=(2x^2+1)dx,\ (x\neq 0)$ ಅವಕಲನ ಸಮೀಕರಣ ಹೊಂದಿರುವ ವಕ್ರರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಬರೆಯಿರಿ.

48) $\vec{a},\vec{b},\vec{c}$ ಎಂಬ ಮೂರು ಸದಿಶಗಳು $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$ ಎಂಬ ಷರತ್ತನ್ನು ಪೂರೈಸುತ್ತದೆ. $|\vec{a}|=1,|\vec{b}|=4$ ಮತ್ತು $|\vec{c}|=2$ ಆದರೆ $\mu=\vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$ ಮೌಲ್ಯವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

49) $[\vec{a},\vec{b},\vec{c}+\vec{d}]=[\vec{a},\vec{b},\vec{c}]+[\vec{a},\vec{b},\vec{d}]$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ.

50) $3x-y+2z-4=0$ ಮತ್ತು $x+y+z-2=0$ ಸಮತಲಗಳ ಛೇದನದಲ್ಲಿ ಹಾಗೂ (2, 2, 1) ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಸಮತಲದ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

51) ಒಂದು ನ್ಯಾಯಸಮ್ಮತ ನಾಣ್ಯ ಮತ್ತು ಒಂದು ನಿಷ್ಪಕ್ಷಪಾತವಾದ ದಾಳ ಇವುಗಳನ್ನು ಚಿಮ್ಮಲಾಗುತ್ತದೆ. 'ನಾಣ್ಯದ ಮೇಲೆ ತಲೆ ಗೋಚರಿಸುವುದು' ಎಂಬ ಘಟನೆ A ಮತ್ತು 'ದಾಳದ ಮೇಲೆ 3' ಎಂಬ ಘಟನೆ B ಆಗಿದ್ದರೆ, A ಮತ್ತು B ಗಳು ಸ್ವತಂತ್ರ ಘಟನೆಗಳೋ ಅಥವಾ ಇಲ್ಲವೋ ಎಂಬುದನ್ನು ಪರೀಕ್ಷಿಸಿ.

ವಿಭಾಗ – D

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ **ಯಾವುದಾದರೂ ಆರು** ಪ್ರಶ್ನೆಗಳಿಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(6 × 5 = 30)**

52) $f:R\rightarrow R$ ಉತ್ಪನ್ನವು $f(x)=1+x^2$ ಎಂದು ವ್ಯಾಖ್ಯಾನಿಸಿದಾಗ, f ಉತ್ಪನ್ನವು ಏಕ–ಏಕ, ಮೇಲಣ ಅಥವಾ ಉಭಯಕ್ಷೇಪನ ಆಗಿವೆಯೇ ಎಂದು ನಿಮ್ಮ ಉತ್ತರದ ಮೂಲಕ ಸಮರ್ಥಿಸಿ.

53) $f:R\rightarrow R$ ನ್ನು $f(x)=4x+3$ ಎಂದು ಕೊಟ್ಟಿದೆ. f ಪ್ರತಿಲೋಮವಾಗಿದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ ಮತ್ತು f ನ ಪ್ರತಿಲೋಮವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

54) $A=\begin{bmatrix}1 & 2 & -3\\5 & 0 & 2\\1 & -1 & 1\end{bmatrix}$, $B=\begin{bmatrix}3 & -1 & 2\\4 & 2 & 5\\2 & 0 & 3\end{bmatrix}$ ಮತ್ತು $C=\begin{bmatrix}4 & 1 & 2\\0 & 3 & 2\\1 & -2 & 3\end{bmatrix}$ ಆದರೆ $(A+B)$ ಮತ್ತು $(B-C)$ಗಳನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ ಹಾಗೂ $A+(B-C)=(A+B)-C$ ಯನ್ನು ಪ್ರಮಾಣೀಕರಿಸಿ.

55) ಕೋಶ ವಿಧಾನದಿಂದ ಸಮೀಕರಣಗಳನ್ನು ಬಿಡಿಸಿ :

$3x-2y+3z=8$

$2x+y-z=1$

$4x-3y+2z=4.$

56) $y=(\tan^{-1}x)^2$ ಆದರೆ $(x^2+1)^2\,y_2+2x(x^2+1)y_1=2$ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ.

57) ಒಂದು ಆಯತದ ಉದ್ದ x, ಪ್ರತಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 3 ಸೆಂ.ನಂತೆ ಕಡಿಮೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ ಮತ್ತು ಅದರ ಅಗಲ y, ಪ್ರತಿ ನಿಮಿಷಕ್ಕೆ 2 ಸೆಂ.ಮೀ.ನಂತೆ ಏರಿಕೆಯಾಗುತ್ತಿದೆ. $x=10$ ಸೆಂ. ಮತ್ತು $y=6$ ಸೆಂ. ಆದಾಗ ಆಯತದ

a) ಸುತ್ತಳತೆ ಮತ್ತು

b) ವಿಸ್ತೀರ್ಣದಲ್ಲಾಗುವ ಬದಲಾವಣೆಯ ದರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

58) xಗೆ ಸಂಬಂಧಿಸಿದಂತೆ $\frac{1}{x^2-a^2}$ನ್ನು ಅನುಕಲಿಸಿ, ಇದರಿಂದ $\int\frac{1}{x^2-16}\,dx$ ನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

59) $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ ದೀರ್ಘವೃತ್ತದೊಳಗಿನ ಕ್ಷೇತ್ರಫಲವನ್ನು ಅನುಕಲನದ ಸಹಾಯದಿಂದ ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

60) $\cos^2x\frac{dy}{dx}+y=\tan x,\left(0\le x<\frac{\pi}{2}\right)$ ಅವಕಲಿತ ಸಮೀಕರಣದ ಸಾಮಾನ್ಯ ಪರಿಹಾರವನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

61) ದತ್ತ ಬಿಂದುವಿನ ಮೂಲಕ ಹಾದು ಹೋಗುವ ಅಂತರಿಕ್ಷ ರೇಖೆಯು ಸಮಾಂತರವಾಗಿ ದತ್ತ ಸದಿಶಕ್ಕೆ $\vec{b}$ ಇರುತ್ತದೆ. ಹಾಗಾದರೆ ರೇಖೆಯ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಸದಿಶ ಮತ್ತು ಕಾರ್ಟಿಸಿಯನ್ ಎರಡು ಪದ್ಧತಿಗಳಲ್ಲಿ ನಿರೂಪಿಸಿ.

62) ಒಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 4 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 4 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಇನ್ನೊಂದು ಚೀಲದಲ್ಲಿ 2 ಕೆಂಪು ಮತ್ತು 6 ಕಪ್ಪು ಚೆಂಡುಗಳಿವೆ, ಎರಡು ಚೀಲಗಳಲ್ಲಿ ಒಂದು ಚೀಲವನ್ನು ಯಾದೃಚ್ಛಿಕವಾಗಿ ಆಯ್ಕೆ ಮಾಡಲಾಗುವುದು ಮತ್ತು ಚೀಲದಿಂದ ತೆಗೆದ ಒಂದು ಚೆಂಡು ಕೆಂಪು ಆಗಿರುವುದು ಕಂಡು ಬರುವುದು. ಹಾಗಾದರೆ ಮೊದಲ ಚೀಲದಿಂದ ಚೆಂಡನ್ನು ತೆಗೆಯಲಾಗಿದೆ ಎಂಬುದರ ಸಂಭಾವನೀಯತೆ ಎಷ್ಟು?

63) ಒಂದು ನ್ಯಾಯಬದ್ಧ ನಾಣ್ಯವನ್ನು 10 ಬಾರಿ ಚಿಮ್ಮಲಾಗಿದೆ. ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳ ಸಂಭವನೀಯತೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ.

a) ಖಚಿತವಾಗಿ ಆರು ತಲೆಗಳು

b) ಕನಿಷ್ಠ ಆರು ತಲೆಗಳು

ವಿಭಾಗ – E

ಈ ಕೆಳಗಿನವುಗಳಲ್ಲಿ ಯಾವುದಾದರೂ ಒಂದು ಪ್ರಶ್ನೆಗೆ ಉತ್ತರಿಸಿ : **(1 × 10 = 10)**

64) a) ಕೆಳಗಿನ ರೇಖೀಯ ಪ್ರೋಗ್ರಾಮಿಂಗ್ ಸಮಸ್ಯೆಯನ್ನು ನಕ್ಷಾತ್ಮಕವಾಗಿ ಬಿಡಿಸಿ :

$x + y \le 50$

$3x + y \le 90$

$x \ge 0, y \ge 0$

ನಿಬಂಧನೆಗಳಿಗೊಳಪಟ್ಟು $Z = 4x + y$ ಉತ್ಪನ್ನದ ಗರಿಷ್ಠ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(6)**

b) $A = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ ಮಾತ್ರಕೆಯು $A^2 - 4A + I = 0$ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ತೃಪ್ತಿಗೊಳಿಸಲಾಗಿದೆ. ಇಲ್ಲಿ I, 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಏಕಮಾನ ಕೋಶವಾಗಿದ್ದು ಮತ್ತು 0 ಎಂಬುದು 2×2 ದರ್ಜೆಯ ಶೂನ್ಯ ಕೋಶವಾಗಿರುತ್ತದೆ. ಈ ಸಮೀಕರಣವನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ A^{-1} ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(4)**

65) a) $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ ಮತ್ತು ಇದನ್ನು ಉಪಯೋಗಿಸಿ $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}} dx$ ನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(6)**

b) $f(x)=\begin{cases} kx+1, & x \le \pi \text{ ಆದರೆ} \\ \cos x, & x > \pi \text{ ಆದರೆ} \end{cases}$

ಈ ಉತ್ಪನ್ನವು $x=\pi$ ಬಿಂದುವಿನಲ್ಲಿ ಅವಿಚ್ಛಿನ್ನವಾದರೆ, Kನ ಬೆಲೆಯನ್ನು ಕಂಡುಹಿಡಿಯಿರಿ. **(4)**

66) a) ದತ್ತ ವೃತ್ತದಲ್ಲಿ, ಒಳಭಾಗದಲ್ಲಿ, ಹುದುಗಿಸಬಹುದಾದ ಎಲ್ಲಾ ಆಯತಗಳ ಪೈಕಿ, ಚೌಕವು ಅತ್ಯಂತ ಗರಿಷ್ಠ ವಿಸ್ತೀರ್ಣದ್ದಾಗಿರುತ್ತದೆ ಎಂದು ತೋರಿಸಿ. **(6)**

b) $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$ ಎಂದು ಸಾಧಿಸಿ. **(4)**

(English Version)

Instructions : 1. The question paper has five Parts A, B, C, D and E.

2. Use the Graph Sheet for the question on Linear Programming problem in Part-E.

PART – A

Answer **any ten** questions : **(10 × 1 = 10)**

1) Show that the relation R in the set {1, 2, 3} given by

$$R = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (1, 2), (2, 3)\}$$

is not transitive.

2) Let $*$ be the binary operation on N given by $a * b =$ L.C.M. of a and b. Find $5 * 7$.

3) Write the principal value branch of $y = \cot^{-1} x$.

4) Find the value of $\cos(\sec^{-1} x + \operatorname{cosec}^{-1} x)$, $|x| \geq 1$.

5) Define a diagonal matrix.

6) Find the value of x, if $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 4 & 5 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} x & 3 \\ 2x & 5 \end{vmatrix}$.

7) If $y = \sin(ax + b)$, find $\frac{dy}{dx}$.

8) Differentiate $y = e^{x^3}$ with respect to x.

9) Find $\int \sec x(\sec x + \tan x)dx$.

10) Evaluate $\int_2^3 x^2 dx$.

11) Find the unit vector in the direction of the vector $\vec{a} = 2\hat{i} + 3\hat{j} + \hat{k}$.

12) Define Collinear Vectors.

13) Write the direction cosines of y-axis.

14) Define feasible region in a linear programming problem.

15) If $P(A) = 0.6$, $P(B) = 0.3$ and $P(A \cap B) = 0.2$, find $P(A \mid B)$.

PART – B

Answer **any ten** questions : **(10 × 2 = 20)**

16) Verify whether the operation $*$ defined on the set of rationals Q by $a * b = \frac{ab}{2}$ is associative or not.

17) Show that $\sin^{-1}(2x\sqrt{1-x^2}) = 2\sin^{-1} x$, $\frac{-1}{\sqrt{2}} \le x \le \frac{1}{\sqrt{2}}$.

18) Find the value of $\tan^{-1}(\sqrt{3}) - \cot^{-1}(-\sqrt{3})$.

19) If $X + Y = \begin{bmatrix} 7 & 0 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ and $X - Y = \begin{bmatrix} 3 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}$, find X and Y.

20) Find the area of the triangle whose vertices are (2, 7), (1, 1) and (10, 8) using determinants.

21) If $2x + 3y = \sin x$, find $\frac{dy}{dx}$.

22) Differentiate $x^{\sin x}$, $x > 0$ with respect to x.

23) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y = \log_7 (\log x)$.

24) Find the approximate value of $\sqrt{25.3}$.

25) Evaluate $\int x^2 \log x \, dx$

26) Find $\int \frac{\sin^2 x}{1+\cos x} dx$.

27) Evaluate $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin 2x \, dx$.

28) Find the order and degree of the differential equation

$$\left(\frac{d^2y}{dx^2}\right)^3 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2 + \sin\left(\frac{dy}{dx}\right) + 1 = 0.$$

29) Find the position vector of a point R which divides the line joining two points P and Q whose position vectors $\hat{i} + 2\hat{j} - \hat{k}$ and $-\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}$ respectively in the ratio 2 :1 internally.

30) Find the area of the parallelogram whose adjacent sides are given by $\vec{a} = 3\hat{i} + \hat{j} + 4\hat{k}$ and $\vec{b} = \hat{i} - \hat{j} + \hat{k}$.

31) Find the distance of a point (3, – 2, 1) from the plane $2x - y + 2z + 3 = 0$.

32) Find the angle between the pair of lines given by

$\vec{r} = (3\hat{i} + 2\hat{j} - 4\hat{k}) + \lambda(\hat{i} + 2\hat{j} + 2\hat{k})$ and $\vec{r} = (5\hat{i} - 2\hat{j}) + \mu(3\hat{i} + 2\hat{j} + 6\hat{k})$.

33) The random variable x has a probability distribution $P(x)$ of the following form, where k is some number :

$$P(x) = \begin{cases} k, & \text{if } x = 0 \\ 2k, & \text{if } x = 1 \\ 3k, & \text{if } x = 2 \\ 0, & \text{otherwise} \end{cases}$$

Determine the value of k.

PART – C

Answer **any ten** questions : **(10 × 3 = 30)**

34) Show that the relation R in the set Z of integers given by $R=\{(a,b): 2 \text{ divides} (a-b)\}$ is an equivalence relation.

35) Solve $\tan^{-1}(2x)+\tan^{-1}(3x)=\frac{\pi}{4}$.

36) Express the matrix $A=\begin{bmatrix} 1 & 5 \\ -1 & 2 \end{bmatrix}$ as the sum of a symmetric and a skew symmetric matrix.

37) Without expanding and using the property of determinants, prove that

$$\begin{vmatrix} 2 & 7 & 65 \\ 3 & 8 & 75 \\ 5 & 9 & 86 \end{vmatrix}=0.$$

38) Find $\frac{dy}{dx}$, if $y=\cos^{-1}\left(\frac{1-x^2}{1+x^2}\right)$, $(0<x<1)$.

39) If $x=a(\theta-\sin\theta)$ and $y=a(1+\cos\theta)$, find $\frac{dy}{dx}$.

40) Verify Mean value theorem for the function $f(x)=x^2$ in the interval [2, 4].

41) Find the intervals in which the function f given by $f(x)=x^2-4x+6$ is

a) increasing

b) decreasing

42) Find $\int \frac{x}{(x+1)(x+2)}dx$.

43) Evaluate $\int_0^1 \frac{\tan^{-1}x}{1+x^2}dx$.

44) Find the integral of $\frac{(x-3)}{(x-1)^3}e^x$ with respect to x.

45) Find the area of the region bounded by the curve $y^2 = x$ and the lines $x = 1, x = 4$ and the x-axis in the first quadrant.

46) Form the differential equation representing the family of parabolas having vertex at origin and axis along positive direction of x-axis

47) Find the equation of the curve passing through the point (1, 1) whose differential equation is $x\,dy = (2x^2+1)dx, (x \neq 0)$.

48) Three vectors $\vec{a}, \vec{b}$ and $\vec{c}$ satisfy the condition $\vec{a}+\vec{b}+\vec{c}=\vec{0}$. Evaluate the quantity $\mu = \vec{a}\cdot\vec{b}+\vec{b}\cdot\vec{c}+\vec{c}\cdot\vec{a}$, if $|\vec{a}|=1, |\vec{b}|=4$ and $|\vec{c}|=2$.

49) Prove that $[\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}+\vec{d}] = [\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}]+[\vec{a}, \vec{b}, \vec{d}]$.

50) Find the equation of the plane through the intersection of the planes $3x-y+2z-4=0$ and $x+y+z-2=0$ and the point (2, 2, 1).

51) A fair coin and an unbiased die are tossed. Let A be the event 'head appears on the coin' and B be the event '3 on the die'. Check whether A and B are independent events or not.

PART – D

(6 × 5 = 30)

Answer **any six** questions :

52) Verify whether the function $f : R \rightarrow R$ defined by $f(x) = 1 + x^2$ is one-one, onto or bijective. Justify your answer.

53) Consider $f : R \rightarrow R$ given by $f(x) = 4x + 3$. Show that f is invertible. Find the inverse of f.

54) If $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 5 & 0 & 2 \\ 1 & -1 & 1 \end{bmatrix}$; $B = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \\ 2 & 0 & 3 \end{bmatrix}$ and $C = \begin{bmatrix} 4 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & 2 \\ 1 & -2 & 3 \end{bmatrix}$, then compute $(A+B)$ and $(B-C)$. Also, verify that $A + (B - C) = (A + B) - C$.

55) Solve the following system of equations by matrix method :

$$3x - 2y + 3z = 8$$
$$2x + y - z = 1$$
$$4x - 3y + 2z = 4.$$

56) If $y = (\tan^{-1} x)^2$, show that $(x^2 + 1)^2\, y_2 + 2x(x^2 + 1)\, y_1 = 2$.

57) The length x of a rectangle is decreasing at the rate of 3 cm/min and the width y is increasing at the rate of 2 cm/min. When x = 10 cm and $Y = 6$ cm, find the rates of change of

a) the perimeter and

b) the area of the rectangle

58) Find the integral $\frac{1}{x^2 - a^2}$ with respect to x and hence evaluate $\int \frac{1}{x^2 - 16}\, dx$.

59) Find the area enclosed by the ellipse $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ using integration.

60) Find the general solution of the differential equation

$$\cos^2 x\frac{dy}{dx}+y=\tan x,\left(0\le x<\frac{\pi}{2}\right).$$

61) Derive the equation of a line in a space through a given point and parallel to a given vector $\vec{b}$ both in vector and Cartesian form.

62) A bag contains 4 red and 4 black balls, another bag contains 2 red and 6 black balls. One of the two bags is selected at random and a ball is drawn from the bag which is found to be red. Find the probability that the ball is drawn from the first bag.

63) If a fair coin is tossed 10 times, find the probability of

a) exactly six heads

b) at least six heads

PART – E

Answer **any one** question : **(1 × 10 = 10)**

64) a) Solve the following linear programming problem graphically :

Maximize $Z=4x+y$,

Subject to the constraints : $x+y\le 50$

$3x+y\le 90$

$x\ge 0,\ y\ge 0$. **(6)**

b) If the matrix $A=\begin{bmatrix}2 & 3\\ 1 & 2\end{bmatrix}$ satisfies the equation $A^2-4A+I=0$, where I is 2 × 2 identity matrix and 0 is 2 × 2 zero matrix. Using this equation, find A^{-1}. **(4)**

65) a) Prove that $\int_0^a f(x)dx = \int_0^a f(a-x)dx$ and hence evaluate

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sqrt{\sin x}}{\sqrt{\sin x}+\sqrt{\cos x}}dx.$$ (6)

b) Find the value of k so that the function $f(x)=\begin{cases} kx+1, & \text{if } x \le \pi \\ \cos x, & \text{if } x > \pi \end{cases}$ (4)

is continuous at $x = \pi$.

66) a) Show that of all the rectangles inscribed in a given fixed circle, the square has the maximum area. (6)

b) Prove that $\begin{vmatrix} 1 & a & a^2 \\ 1 & b & b^2 \\ 1 & c & c^2 \end{vmatrix} = (a-b)(b-c)(c-a)$. (4)